APPELLO C – *AM110 – CL Matematica (AA 2016/17 – L. Chierchia). 13/6/2017*

NOME:________________ **COGNOME:**________________ **MATRICOLA:**________________

VALUTAZIONE:

Es 1	Es 2	Es 3	Es 4	Es 5	Es 6	Es 7	Es 8	Es 9	Es 10	Es 11

- *Riportare* **in cima ai due fogli** *da consegnare i dati richiesti.* **Non consegnare altri elaborati.**
- *Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.*
- *È* **vietato**: *parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici, etc.*
- **Risposte senza giustificazioni non danno punteggio**.

Parte 1. Definizioni, esempi, enunciati di teoremi/proposizioni (20 punti)

Es 1 [Pt. 5] Dare la definizione di radice ennesima, esponenziale e logaritmo usando la nozione di estremo superiore.

Es 2 [Pt. 5] Enunciare e dimostrare il teorema di permanenza del segno.

Es 3 [Pt. 5] Discutere la serie geometrica.

Es 4 [Pt. 5] Dare la definizione di insieme compatto (per successioni). Dimostrare che se E non è limitato allora non è compatto.

Parte 2. Svolgimento di esercizi assegnati (60 punti)

Es 5 [Pt. 10] Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0+} \frac{x^{-x}-1}{x}$.

Es 6 [Pt. 10] Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^2 2^{-\sqrt{n}}$.

Es 7 [Pt. 10] Studiare la convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \tan\Big(\frac{n}{1+n^3}\Big)$.

Es 8 [Pt. 12] Studiare, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\log x)^{\log n}}$.

Es 9 [Pt. 10] Discutere l'uniforme continuità della funzione x^2 con dominio $[1, \infty)$.

Es 10 [Pt. 8] Trovare i punti interni e i punti di frontiera dell'insieme $E = \{x = 1/n \big| \ n \in \mathbb{N}\}$

Parte 3. Esercizio originale (20 punti)

Es 11 Sia $f(x) := x + \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen}(2\pi x)$.
(i) Dimostrare che f è una funzione biunivoca (ossia iniettiva e suriettiva) da $I := [0,1]$ su I. **(ii)** Trovare tutti i punti fissi di f su I ossia tutti i punti $x_0 \in I$ tali che $f(x_0) = x_0$. **(iii)** Fissato $\bar{x} \in I$, si definisca, per ricorrenza, la successione $\{x_n\}$, ponendo $x_1 := \bar{x}$ e, per $n \geq 2$, $x_n := f(x_{n-1})$. Studiare il $\lim x_n$ al variare di $\bar{x}$ in I.